Δοκίμασε τον εαυτό σου για μισή ώρα.
Για σταδιακές υποδείξεις, επικοινώνησε μαζί μας.

ΖΗΤΗΜΑ 1 (Μιγαδικών)

Για τους μιγαδικούς z_1, z_2, z_3 δίνεται ότι $|z_1| = |z_2| = |z_3| = \rho$, όπου ρ δοσμένος θετικός πραγματικός αριθμός.

i) Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των εικόνων των z_1, z_2, z_3

ii) Να αποδείξετε ότι $|z_1z_2 + z_2z_3 + z_1z_3| = \rho\,|z_1 + z_2 + z_3|$

Αν επιπλέον ισχύει $z_1 + z_2 + z_3 = 0$, να αποδείξετε ότι

α) $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = 0$

β) $z_1^3 = z_2^3 = z_3^3$

γ) Το τρίγωνο με κορυφές τις εικόνες των z_1, z_2, z_3 είναι ισόπλευρο και να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς του ως συνάρτηση του ρ.

δ) $\mathrm{Re}\left(z_1\overline{z}_2\right) < 0$